

1章 整式の計算

§ 1 整式の加法・減法

1. 文字式の加法・減法

(1) 文字式

目標 いろいろな関係は、文字を使って等式や不等式などに表すと、その関係が明確になる。いろいろな量の間の関係を、文字を使って式で表すことについて復習する。

基礎となる事項 ・文字式 (初級 I 3章 § 1)

例題 ・ある製鉄所の製品の平均売値は y 円/トンである。従来、製品にかかる平均コストは x 円/トンであったが、本年度から、コストの10%切り下げが可能になった。この製鉄所の年間販売量が a トンである場合、年間利益 z 円を表す式を示してみよう。

コストの切り下げが10%であるので、切り下げ額は、 $0.1x$ 円/トン
したがって、本年度のコストは、(従来コスト) - (切り下げ額) x 円/トン - $0.1x$ 円/トン
 $= 0.9x$ 円/トン

本年度の製品1トン当たりの利益は、 y 円 - $0.9x$ 円

製品の年間販売量は、 a トンであるので、この製鉄所の年間利益 z 円は次の式で表される。

$$z = a(y - 0.9x) \text{ (円)}$$

例題 1 トラックでコイルを工場内から岸壁まで運ぶのに、行きは時速 a km、帰りは時速 b km の速さである。往復に t 時間かかったとして、 t を a, b, c, d の式で示せ。ただし、構内ではトラックは一方通行であるので、往路は c km、復路は d km である。

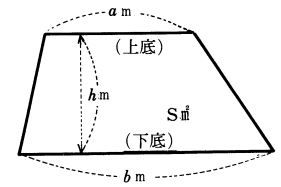
解き方 行きにかかる時間は、 $\frac{\text{(岸壁までの距離)}}{\text{(行きの速さ)}} = \frac{c}{a}$ (時間)

同様に、帰りにかかる時間は、 $\frac{\text{(工場までの距離)}}{\text{(帰りの速さ)}} = \frac{d}{b}$ (時間)

したがって、往復にかかる時間は、 $t = \frac{c}{a} + \frac{d}{b}$ (時間)

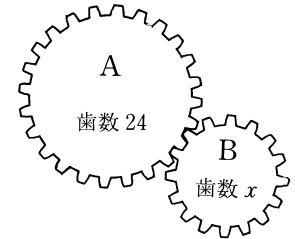
類題 1 台形の作業場がある。上底、下底、高さをそれぞれ、 a m、 b m、 h m とし、面積を S m² とした場合、 S を求める式をつくれ。

ヒント 台形の面積 = $\frac{\text{(上底)} + \text{(下底)}}{2} \times \text{(高さ)}$



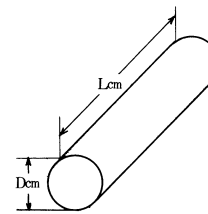
類題 2 歯数が24で、毎秒6回転する歯車Aに、歯数が x で、毎秒 y 回転する歯車Bがかみあっているとき、 x と y の間の関係を式で表せ。

ヒント 歯の数はちがっていても、かみあって進む歯の数は同じである。1秒間に進む歯の数をくらべよ。

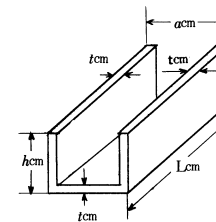


類題 3 鋼の比重は7.85である。次のそれぞれの鋼材の重量を求める式をつくれ。

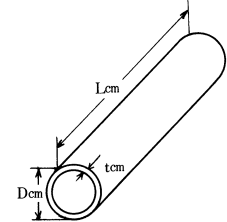
① 棒鋼



② 溝形鋼



③ 鋼管



ヒント 重量は、体積と比重の積である。

・溝形鋼の体積は、角棒の体積から溝の体積をひくか、または、3枚の板に分割して求める。

・鋼管の体積は、丸棒の体積から中空部の体積をひいて求める。

類題 4 a トンのスラブがホットストリップミルに入り、次にスキンパスミルを通り、できたコイルが b トンであった。ホットストリップミルの歩留まりが97.5%のとき、スキンパスミルの歩留まりは、どう表されるか。比率で示せ。

ヒント まず、ホットストリップミルを通り、スキンパスミルに入るコイルの重量を文字式で表す。

類題 5 鋼を常温から1290°Cに加熱するのに必要な熱量は Q kcal/トンであり、重油の発熱量は P kcal/l である(理論値)。いま、ある工場では鋼材1トンを常温から1290°Cに加熱するのに24 lの重油が必要であった。この工場では、トン当たり何 kcalの熱損失があったことになるか。

(2) 整式の用語

目標 文字式の基本的な用語について復習する。

基礎となる事項 ・多項式と単項式 (初級 I 6章 § 1-1)



- 単項式**： 数と文字，文字と文字の積として表される式を**単項式**という。数も単項式と考える。
- 単項式の次数**： かけ合わせている文字の個数を，その**単項式の次数**という。数を単項式と考えるとき，その次数は，0であるとする。
- 係数**： 単項式の文字以外の数字を**係数**という。
 $x = 1 \times x$ ， $-y = (-1) \times y$ であるから，その係数は，それぞれ1，-1である。
- 多項式**： いくつかの単項式の和として表される式を**多項式**という。
- 多項式の次数**： 多項式について，次数の同じ項をまとめて整理した結果の各項の次数のうち最大のものを，その**多項式の次数**という。
- 整式**： 単項式と多項式とを合わせて**整式**という。
- 降べきの順**： 1つの文字に着目して整式を整理し，次数の高い項から順に並べることを**降べきの順**に整理するという。
- 昇べきの順**： 1つの文字に着目して整式を整理し，次数の低い項から順に並べることを**昇べきの順**に整理するという。
- 定数項**： 整式を，1つの文字に着目して考えたとき，その文字をふくまない項を**定数項**という。
- 同類項**： 整式の項のうち，文字の部分が同じものを**同類項**という。
- 累乗**： 同じ数を何個かかけあわせた積を，その数の**累乗**という。
- 累乗の指数**： 累乗において，かけあわせた個数を表すために右肩に小さくかかれた数を**累乗の指数**という。
- 展開**： いくつかの整式の積で表された式を計算し，1つの整式として表すことを，**展開する**という。

例題1 次の各単項式の次数と係数をいえ。

① $\sqrt{2}x^3$ ② $-\frac{z^4}{2}$

解き方 ① $x^3 = x \times x \times x$ であるから，
 $\sqrt{2}x^3$ の次数は3で，係数は $\sqrt{2}$

② z^4 の次数は①□，

また， $-\frac{z^4}{2} = \left(-\frac{1}{2}\right) \times z^4$ であるから，係数は②□



類題1 次の各単項式の次数と係数をいえ。

① $0.3a$ ② $-x^2$ ③ $-ab^2$ ④ $5a^2b^3$ ⑤ $-3x^2y^2$

ヒント 単項式 ab^2 は， $a \times b \times b$ で文字は3個であるから，その次数は，3である。

類題2 次の各式の中より，単項式，多項式をえらびだせ。

① $-6x^7$ ② $2x^3+1$ ③ $a^2+a+\frac{1}{2}$ ④ -8 ⑤ $3+\frac{5}{x^2}$

ヒント $\frac{1}{x}$ は単項式である。

例題2 次の多項式を降べきの順に整理せよ。

$$x^3+x^2+1-6x-3x^2-x^3$$

解き方 次数の高い項から並べると， x^3 ， $-x^3$ ， x^2 ， $-3x^2$ ， $-6x$ ， 1 となり，
 x^3 と $-x^3$ ， x^2 と $-3x^2$ とは，それぞれ次数が同じで同類項だから，まとめると，
 $-2x^2 - \text{⑥} x + 1$

類題3 次の多項式を降べきの順に整理し，その次数を求めよ。

① $-x+7+x^3-3+5x-3x^3+x^2$
 ② $-3+x^3-4x-x^3+4x-x^2$

例題3 次の各項を同類項ごとに整理せよ。

$3x$ ， $-x^2$ ， xy ， $2y$ ， $3x^2$ ， y ， $-5x$ ， $-4xy$

解き方 同類項は文字の部分がまったく同じ項であるから，
 $(3x, -5x)$ $(-x^2, 3x^2)$ $(xy, -4xy)$ $(2y, \text{④} \square)$

類題4 次の各項を同類項ごとに整理せよ。

$6ab$ ， $3xy^2$ ， $5ab^2$ ， $-2xy$ ， ab ， $-ab^2$ ，
 $-3ab$ ， $-a^2b$ ， $4x^2y$ ， $2ab^2$ ， $3xy$ ， $-2xy^2$

《答》 (類題1) $S = \frac{(a+b)h}{2}$ (類題2) $xy = 144$ (類題3) ① $7.85\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 L = \frac{7.85}{4}\pi D^2 L = 1.96\pi D^2 L$
 ② $2 \times 7.85htL + 7.85(a-2t)tL = 7.85tL(a+2h-2t)g$ ③ $7.85L\left\{\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{D}{2}-t\right)^2\right\}$
 $= 7.85\pi L t(D-t)g$ (類題4) $\frac{b}{0.975a}$ (類題5) $(24P-Q)kcal$

(3) 加法・減法

目標 文字式の加法・減法の計算方法について学習する。

基礎となる事項 ・多項式の加法・減法 (初級 I 6章 § 1-2)

学習 ・多項式 $A = 6 - 5x^2 - 4x^3$ と、 $B = -x + 2x^2 - 3 + 4x^3$ について、

A, B をそれぞれ降べきの順に整理して、

$$A = -4x^3 - 5x^2 + 6, \quad B = 4x^3 + 2x^2 - x - 3$$

とし、同類項をまとめることに注意して計算する。すなわち、

$$\begin{aligned} A+B &= (6-5x^2-4x^3)+(-x+2x^2-3+4x^3) \\ &= (-4x^3-5x^2+6)+(4x^3+2x^2-x-3) \\ &= (-4x^3+4x^3)+(-5x^2+2x^2)-x+(6-3) \\ &= -3x^2-x+3 \end{aligned}$$

・また、 $A-B$ を求めるには、次のようにする。

$$\begin{aligned} A-B &= (-4x^3-5x^2+6)-(4x^3+2x^2-x-3) \\ &= (-4x^3-\text{①})+(-5x^2-\text{②})+\text{③}+(6+3) \\ &= -8x^3-\text{④}x^2+x+\text{⑤} \end{aligned}$$

ポイント

文字式の加法・減法は、まず、各式を降べきの順に整理し、次に、同類項をまとめて計算する。

例題 1 次の 3 つの式の和を求めよ。

$$9+3x^3+x^2, \quad -x^3+5-6x, \quad 3x^3-2x^2+x$$

ヒント いずれも x の多項式であるから、まず、それぞれを降べきの順に整理し、同類項をまとめる。

解き方

$$\begin{aligned} &(3x^3+x^2+9)+(-x^3-6x+5)+(3x^3-2x^2+x) \\ &= 3x^3+x^2+9-x^3-6x+5+3x^3-2x^2+x \\ &= (3x^3-x^3+\text{⑥})+(x^2-\text{⑦})+(-6x+x)+(9+5) \\ &= 5x^3-\text{⑧}-5x+\text{⑨} \end{aligned}$$

類題 1 A, B が次の整式で与えられているとき、それぞれについて、 $A+B$ を求めよ。

- ① $A = 2x^2 - 5x + 10$ $B = x - 4$
- ② $A = 3 + x^2 - 2x$ $B = -6x^2 + 3x - 8$
- ③ $A = 2x^3 - 4 + 8x^2 - 7x$ $B = 3x^3 - x^2 + 2 - x$
- ④ $A = 9y^3 - 5y^2 + 7$ $B = -3y + 2y^3 + 4y^2 - 9$



例題 2 $3x^3 - 5 - 4x^2$ から $3x^2 + 2x^3 - x + 7$ をひけ。

解き方

$$\begin{aligned} &(3x^3-5-4x^2)-(3x^2+2x^3-x+7) \\ &= 3x^3-5-4x^2-3x^2-2x^3+x-7 \\ &= (3x^3-\text{①})-(4x^2+3x^2)+\text{②}-(5+7) \\ &= x^3-\text{③}+x-\text{④} \end{aligned}$$

類題 2 A, B が次の整式で与えられているとき、それぞれについて、 $A-B$ を求めよ。

- ① $A = -3x^2 + 9x - 2$ $B = -6x^2 + x - 3$
- ② $A = 8x - x^2 + 5x^3 - 8$ $B = 7x^3 - 1 + 2x^2 - 4x$
- ③ $A = 5y^4 - 10 + 11y^3 + 9y$ $B = 3y^2 - 2y - 5y^4 - 2 + 5y^3$

例題 3 $A = 2x^3 + 3x^2 - x - 5$, $B = -5x^3 - 5x^2 + 6$ とするとき、 $A+B$, $A-B$

を下のようにな類項をたてにそろえて計算せよ。

$$\begin{array}{r} 2x^3+3x^2-x-5 \\ +) -5x^3-5x^2+6 \\ \hline -3x^3-2x^2-x+1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2x^3+3x^2-x-5 \\ -) -5x^3-5x^2+6 \\ \hline 7x^3+8x^2-x-11 \end{array}$$

注意 例題 1・例題 2 の解き方のほかに、このようにして解く方法もある。

類題 3 次の各式の計算をせよ。

- ① $2x^3+5x^2+6x+3$ ② $-3x^3+9x-5$
- $+) \quad 2x^2+3x-7$ $-) -4x^3-3x^2-6x+7$
- ③ $2x^3-2$ ④ $4x^3+3x$
- $+) 3x^3+2x^2-x$ $-) -2x^3-x^2+5$

⑥番) (例題 1) ① 4 ② $-\frac{1}{2}$ (類題 1) ① 次数 1, 係数 0.3 ② 次数 2, 係数 -1 ③ 次数 3, 係数 -1

④ 次数 5, 係数 5 ⑤ 次数 4, 係数 -3 (類題 2) 単項式 ①④, 多項式 ②③⑤ (例題 2) ③ 6

(類題 3) ① $-2x^3+x^2+4x+4$, 3次 ② $-x^2-3$, 2次 (例題 3) ④ y (類題 4) $(6ab, ab, -3ab)$

$(3xy^2, -2xy^2)$ $(5ab^2, -ab^2, 2ab^2)$ $(-2xy, 3xy)$ $(-a^2b)$ $(4x^2y)$